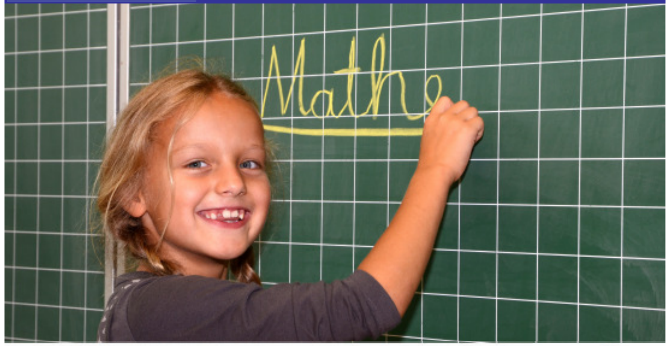
Institut für mathematische Bildung Freiburg
www.ph-freiburg.de/imbf



Produktives Üben

Prof. Dr. Lars Holzäpfel

Januar 2012

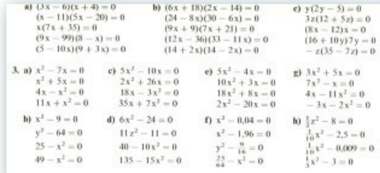
Ein Blick ins Klassenzimmer …

Wir suchen geeignete Aufgaben!

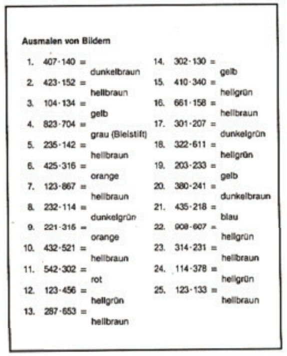
Was versteht man eigentlich unter Üben?

*„Die **Übung** ist der Vorgang, mit dem man durch stetige Wiederholung etwas erlernen kann. Durch Üben kann das Erlernte auch weiter perfektioniert oder vor dem Verlernen bewahrt werden. Oft ausgeführte Übungen sind der Schlüssel, um eine außergewöhnliche Fertigkeit oder sogar Meisterschaft zu erlangen."*

(Wikipedia)

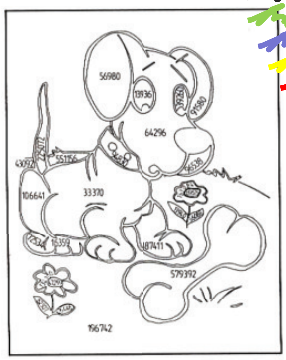


Bunte Hunde



Ausmalen von Bildern

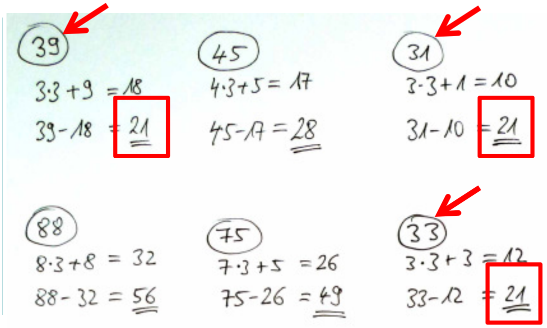
1. 407 · 140 = dunkelbraun
2. 423 · 152 = hellbraun
3. 104 · 134 = gelb
4. 823 · 704 = grau (Bleistift)
5. 235 · 142 = hellbraun
6. 425 · 316 = orange
7. 123 · 867 = hellbraun
8. 232 · 114 = dunkelgrün
9. 221 · 315 = orange
10. 432 · 521 = hellbraun
11. 542 · 302 = rot
12. 123 · 456 = hellgrün
13. 287 · 653 = hellbraun
14. 302 · 130 = gelb
15. 410 · 340 = hellgrün
16. 661 · 158 = hellbraun
17. 301 · 207 = dunkelgrün
18. 322 · 611 = hellgrün
19. 203 · 233 = gelb
20. 380 · 241 = dunkelbraun
21. 435 · 218 = blau
22. 909 · 607 = hellgrün
23. 314 · 231 = hellbraun
24. 114 · 378 = hellgrün
25. 123 · 133 = hellbraun



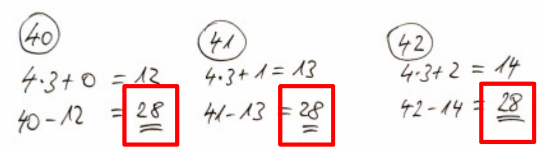
Quelle: Wittmann & Müller (1994)

Aufgabe:
Wähle eine zweistellige Zahl. Nimm die Zehnerziffer mal 3 und addiere dazu die Einerziffer. Ziehe dieses Ergebnis von der gewählten Zahl ab.

Ergebnisse



Ergebnisse



Reflexion des Bearbeitungsprozesses

- Die Entdeckungen sind nicht Stoff der Stunde! (sondern das Üben der Grundrechenarten)
- Man untersucht math. Strukturen und übt dabei „heimlich"
- Spaß an der Mathematik: Problemorientierung und Sinnstiftung, weil man etwas herausfinden möchte (hier: kein realer Kontext, sondern innermathematische Tätigkeit!)

Reflexion der Aufgabe

1. **Art der Strukturierung**
   - **Problemstrukturiertes Üben; operativ strukturiert**
     (gleichartige Aufgaben im Umkreis einer übergeordneten Fragestellung – Lösung der einzelnen Aufgabe bildet Boden für die Untersuchung der übergeordneten Struktur; systematische Variation der Aufgabendaten – Ergebnisse stehen in einem gesetzmäßigen Zusammenhang)
2. **Zugang zur Struktur**
   - **Reflektiertes Üben**
     (reflektieren, nachdem einige Aufg. bearbeitet wurden)

Wittmann & Müller (1994) S. 180 (Band II)

sinnstiftend

Den Sinn der Übung transparent machec:h
„Waslkacch, achdurchdkWWÜbucgh besserlverstehec?"h

entdecftuncsl ffen

Ek WcWWWWh WWc,E athWE atischh täti, hsäkc,Ectdäckuc, ächE achäch (d.h.kkäk ähä. , h äführüäh Aba)bäkü. ,).h

„produktive Aufgaben"

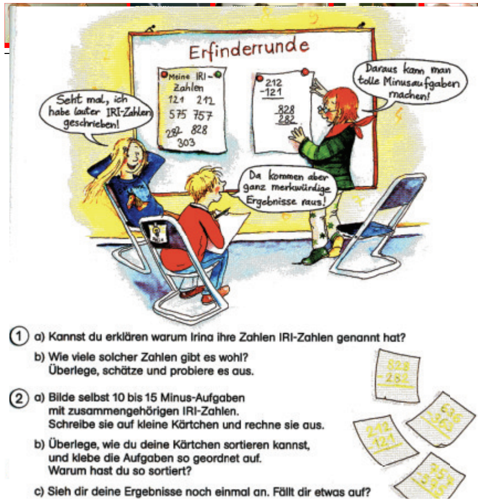
(sl llen hlle Schüler erreichen)

fleflexiv

N. lä, u. , hzuN hNa. hz ä. kä. hübälh zä. hÜbu. , j, ä, ä. jüa. zhbzw.hz käh Täti, käküh

selüstdiffetenzietend

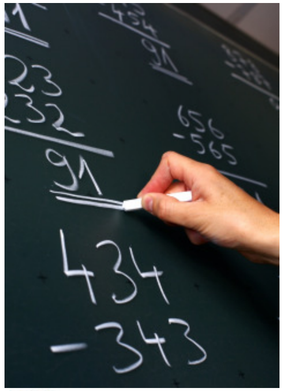
Auf, abä. süällu. , hA usshälA ö, lk hä. ,h dajjhS. hü Nkväauhalbäküä. hkw. . ä. .h



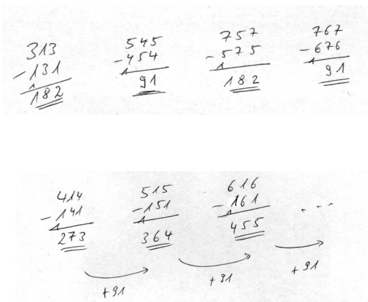
Whs wiflwhiefl enflwecftfl?

Whs wiflwhiefl ceüüfl?

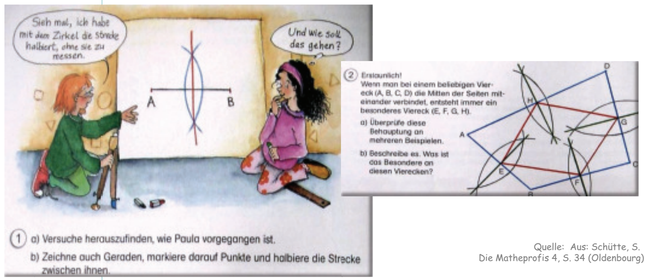
Aus: Schütte, S. Die Matheprofis (Oldenbourg)



Ergebnisse „IRI-Aufgabe"



Beispiele …

Entdeckungen machen und dabei üben, Mittelsenkrechten zu konstruieren

Quelle: Aus: Schütte, S. Die Matheprofis 4, S. 34 (Oldenbourg)

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

Addition:

a) Finde ein Paar, so dass das Ergebnis 10 ergibt.

$\boxed{2} + \boxed{8} = \boxed{1}\boxed{0}$

b) Finde alle Paare, die das Ergebnis 10 haben.

c) Kannst du alle Kärtchen verwenden, wenn jedes Kärtchen nur 1 Mal verwendet werden darf?

Anregung: Wittmann & Müller (1993): Handbuch produktiver Rechenübungen, Band 1: Vom Einspluseins zum Einmaleins. S. 54f.

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

Subtraktion:

Suche Zahlenpaare mit gleichem Unterschied! Wie viele kannst du finden? Bleiben Zahlen übrig?

$\boxed{9} - \boxed{8} = \boxed{}$

Welche Unterschiede sind möglich (größter/kleinster Unterschied)? Wie viele Möglichkeiten gibt es davon jeweils?

Anregung: Wittmann & Müller (1993): Handbuch produktiver Rechenübungen, Band 1: Vom Einspluseins zum Einmaleins. S. 54f.

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Wähle 4 Ziffernkärtchen aus und bilde damit möglichst viele verschiedene Subtraktionsaufgaben

Wie müssen diese Kärtchen gelegt werden, damit das Ergebnis möglichst groß (klein) ist?

$$\begin{array}{r} \boxed{8}\,\boxed{5} \\ -\ \boxed{3}\,\boxed{2} \\ \hline \boxed{}\,\boxed{} \end{array}$$

Wähle aus den 10 Kärtchen 4 Kärtchen so aus, dass das Ergebnis möglichst groß (klein) ist.

Anregung: Wittmann & Müller (1993): Handbuch produktiver Rechenübungen, Band 1: Vom Einspluseins zum Einmaleins. S. 99.

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Wähle 2 Karten aus und bilde eine zweistellige Zahl.
Diese Zahl soll das Ergebnis einer Subtraktionsaufgabe sein.

$\boxed{}\,\boxed{} - \boxed{}\,\boxed{} = \boxed{5}\,\boxed{3}$

- Finde eine passende Subtraktionsaufgabe dazu
- Finde mehrere (alle) Aufgaben
- Wie gehst du vor, um weitere Aufgaben zu finden? Schreibe dein Vorgehen auf

Anregung: Wittmann & Müller (1993): Handbuch produktiver Rechenübungen, Band 1: Vom Einspluseins zum Einmaleins. S. 99.

Strukturen nutzen …

Aufgabenserie:

52-25
94-49
72-27

a) Was fällt dir auf??

b) Sortiere nach Ergebnissen! (18, 27 …)

Beispiel: Ergebnis 9:

54-45
87-78
…

Finde alle Aufgaben mit dem Ergebnis 9!

Anregung: Wittmann & Müller (1993): Handbuch produktiver Rechenübungen, Band 1: Vom Einspluseins zum Einmaleins. S. 100-101.

Alle finden … aber wie?

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Markieren (z.B. mit Spielsteinen) in Hundertertafel hilft, Struktur zu erkennen und Fehlendes zu finden.

Anregung: Wittmann & Müller (1993): Handbuch produktiver Rechenübungen, Band 1: Vom Einspluseins zum Einmaleins. S. 100-101.

Alle finden … aber wie?

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Markieren (z.B. mit Spielsteinen) in Hundertertafel hilft, Struktur zu erkennen und Fehlendes zu finden.

Anregung: Wittmann & Müller (1993): Handbuch produktiver Rechenübungen, Band 1: Vom Einspluseins zum Einmaleins. S. 100-101.

Unterschiede in den Aufgaben

Aufgabe Fertigkeitstraining

- Bearbeitung vieler Aufgaben pro Zeiteinheit
- Kompetenz: Operationen sicher durchführen, verschiedene Schwierigkeitsstufen
- Einzelne Aufgaben stehen in keinem Zusammenhang

„Entdeckungsaufgabe"

- Bearbeitung weniger Aufgaben pro Zeiteinheit („Jetzt haben wir ja nur 1 Aufgabe in der Stunde gemacht!")
- Kompetenz(en): Operationen sicher durchführen, mathematische Strukturen erkennen und nutzen, argumentieren
- Einzelne Aufgaben stehen in Beziehung zueinander; Strukturen können erkannt und genutzt werden

Der didaktische Ort des Übens

Traditionelles Üben

Aneignung von Fertigkeiten, Lernen von Begriffen

danach

Üben

Produktives Üben

Verbindung von Übung und Entdeckung

→ von Beginn an wird geübt

→ von Beginn an wird entdeckt

Differenzieren …

Fähigkeitsaspekt	am Beispielthema „Durchschnitt"
Kreieren	…ben erfinden
Evaluieren	…s in einer bestimmten Situation sinnvoll …wert zu berechnen
Analysieren	…eihen bilden den gleichen …ert? Wovon hängt das ab?
Anwendungsfähigkei…	…n Situationen Probleme mit Hilfe von …sen
Verstehen / Vorstellungen	…n Bild erläutern, was ein Mittelwert ist
Fertigkeiten	…t fehlerlos berechnen …Taschenrechner)
Kenntnisse	…es Mittelwertes in eigenen Worten

Ziel: Förderung aller Schüler/innen auf allen Ebenen!

→ **Fähigkeitsaspekte können evtl. aufeinander aufbauen** (müssen aber nicht!)

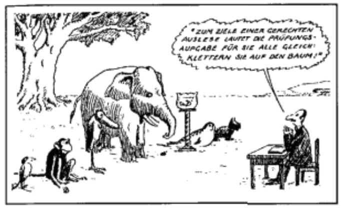
(Stufenprinzip nach Anderson, Lorin W. und Krathwohl, David R., (2001))

Welche Ziele – für wen?

	Fähigkeit	Anwendungsfähigkeit	Verstehen / Vorstellungen
Optimalziel (für manche)	„Muster" erkennen, Strategien entwickeln	Anwendung in unbekannten Kontexten	Beispiele selbst erfinden
Minimalziel (für alle!)	Durchschnittsberechnung durchführen können	Anwendung in bekannten Situationen	vorgegebene Beispiele erläutern können

Überblick: Differenzieren durch …

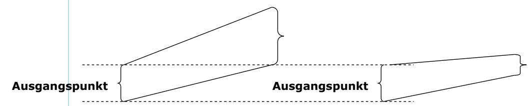
- Quantität (mehr – weniger)
- Qualität (schwieriger/einfacher)
- Zugänge (Material, Vorwissen …)
- Methoden
- Inhalte (?)
- Lerntempo
- mathematische Tiefe
- Denkstile
- Versch. Repräsentationen
- …



Ziel von Individualisierung?

→ Schwache Schüler/innen **stützen** (zusätzliche Wiederholungen, weitere methodische Zugänge …)

→ Starke Schüler/innen **herausfordern** (weiterführende Fragen stellen, Komplexitätsgrad erhöhen …)



Die Homogenisierung der Lerngruppe ist nicht (!) das Ziel von Differenzierung

→ Leistungsschere klafft evtl. weiter auseinander, weil Leistungsstärkeren ein schnelleres Weiterlernen ermöglicht wird.

(Hußmann & Prediger, PM Heft 17, 2007, S. 2)

Aufgaben systematisch (weiter-) entwickeln

Aufgaben entwickeln

I. Zielklärung	• Was möchte ich üben? • Was möchte ich entdecken lassen?
II. Aufgaben konstruieren	• Vorhandene Aufgaben modifizieren • Neue Aufgaben konstruieren
III. Prüfen	• Wird die gewünschte Zieltätigkeit tatsächlich ausgeführt? • Kann diese auch beobachtet, beschrieben, bewertet und begleitet werden?

Schritt I: Zielklärung

Welche Tätigkeit soll geübt werden?

- **Wiedergeben** von **Wissen**?
- **Ausführen** von **Verfahren**?
- **Anwenden** von **Begriffen**?
- **Herstellen** von **Beziehungen**?
- **Einbeziehen** von **Materialen**?
- **Wechsel** in verschiedene **Repräsentationsformen**?
- ……..

I. Zielklärung

Formulieren Sie konkrete Übungsziele, die hinter der folgenden Aufgabe stecken könnten!

Welche Tätigkeiten werden durch diese Aufgaben initiiert ?

Rechteck und Quadrat

a) Zeichne ein Rechteck mit 10 cm² (18cm²) Flächeninhalt
b) Zeichne ein Quadrat mit 1 (4,9,…12) cm² Flächeninhalt
c) Ein Zimmer hat 24 m² Flächeninhalt. Wie lang und breit kann es sein?

Schritt II: Konstruieren & Variieren

Techniken für verschiedene Aufgabentypen, z.B.:

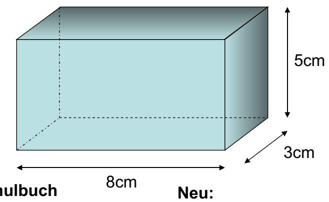
P robleme lösen

S trukturen reflektieren

R eflexionsanregende Fragen stellen

Beispiel: Körperberechnungen **P**

Berechne das Volumen des Quaders



Ausgangspunkt: Schulbuch

a) a = 4cm, b = 5cm, c = 10cm
b) a = 15cm, b = 25cm, c = 3cm
c) a = 4,5cm, b = 5,1cm, c = 19cm
d) a = 4cm, b = 5cm, c = 10cm

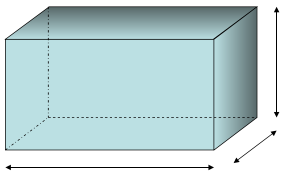
oder:

Neu:

a) a = 2cm, b = 3cm, c = 4cm
b) a = 3cm, b = 4cm, c = 5cm
c) a = 4cm, b = 5cm, c = 6cm
d) a = 5cm, b = 6cm, c = 7cm

Beispiel: Körperberechnungen **P**

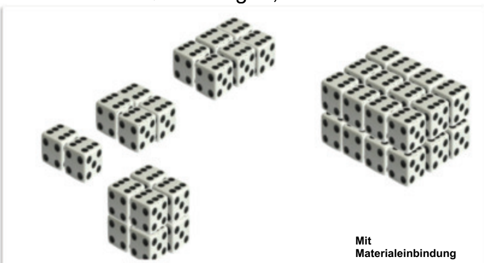
Berechne das Volumen des Quaders



Ein Quader hat ein Volumen von 24 cm³.
Welche Kantenlängen könnte er haben?
Finde mehrere Lösungen!

Beispiel Körperberechnung **P**

Mit welcher Anzahl von Würfeln kannst du verschiedene Quader legen, mit welcher nicht?



Operatives Durcharbeiten **P**

Wann kommt … heraus?	➢ Finde drei verschiedene Quader, deren Volumen 24cm³ ist. ➢ Finde drei verschiedene Quader, deren Oberfläche 120cm² beträgt.
Wann ist … am größten / kleinsten / besten?	➢ Wann ist das Verhältnis zwischen Oberfläche und Volumen am kleinsten/am größten? ➢ In der Anwendung: Wann benötigt man am wenigsten/am meisten Verpackungsmaterial?
Was passiert, wenn …?	➢ Wie verändert sich das Volumen, wenn man alle Kantenlängen des Quaders halbiert [verdoppelt]? ➢ Wie verändert sich das Volumen des Quaders, wenn man die Oberfläche verdoppelt (und dabei die Proportionen beibehält)?
Wie viele Möglichkeiten gibt es, …? Wie lauten sie, …?	➢ Wie viele Möglichkeiten gibt es, mit 24 Würfeln einen Quader zu legen? ➢ Mit welcher Anzahl von Würfeln kannst du viele, mit welcher wenige verschiedene Quader legen?

Probleme lösen – weitere Beispiele … P

Größeö

Setze für die Platzhalter **Einheiten** so sin, dass dis Glsichungsn ttimmti: :

a) 1 ___ + 2 ___ = 3 ___
b) b ___ + 2 ___ = b2 ___
c) b ___ + 2 ___ = 2b ___
d) 1 ___ + 2 ___ = 30 ___
)) 1 ___ + 2 ___ = 102 ___
+) 1 ___ + 2 ___ = 120 ___
g) 1 ___ + 2 ___ = 201 ___

Probleme lösen – weitere Beispiele … P

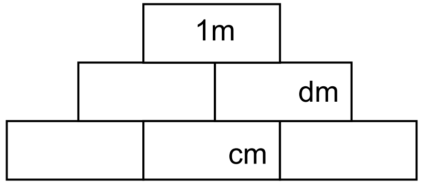
Vl rgll rcgbarl Aufgabl ö m radrtioöl lll ö Scgulbucg sl gl ö z.B. so aus:

B5. 5ch+5. Ach_5 A3B5i 3u+Ai5 Ei+h5i_5+.

3) b _ + 2 _ =
b) b d_ + 2 c_ =
c) b c_ + 2 d_ =
d) b d_ + 2 d_ =
)) b _ + 2 c_ =
+) b _ + 2 d_ =
g) b c_ + 2 _ =

h) b d_ + 2 _ =
i) b _ + 2 _ _ =
j j c_ + 2 _ =
k) k _ + 2 _ =
l) 2 · 5 c_ =
_ 52 · 5 d_ =
+52 · 5 d_ =

Längenmaße … P



Findest du verschiedene Lösungen?

„Zahlen abbauen“

Setze die Rechnung fort, bis es nicht mehr weiter geht. Beginne mit verschiedenen Zahlen.

100-1=99

99-3=96

96-5=91

…

Was fällt dir auf? (Geht es auf?)

Was kannst du über die Zahlen aussagen?

Beobachtung: Bei allen Quadratzahlen geht es auf!!

Grund: Quadratzahlen haben die Struktur: 1+3+5+7+9 …

Anregung: Wittmann & Müller (1993): Handbuch produktiver Rechenübungen, Band 1: Vom Einspluseins zum Einmaleins. S. 102f.

Division

„Auf und ab in der Million“

Dividiere eine Million so oft durch 2 und 5, bis es nicht mehr weiter geht.

Was steckt dahinter?

Primfaktoren: 1 000 000 = 10^6 = $(2*5)^6$ = $2^6 * 5^6$

→ Am Ende muss immer 1 herauskommen!

Anregung: Wittmann & Müller (1993): Handbuch produktiver Rechenübungen, Band 2: Vom halbschriftlichen zum schriftlichen Rechnen. S. 156f.

Division

Ergebnis: immer 1!

Bearbeitung:

Z.B. Gruppenarbeit → verschiedene Stellen, an denen durch 5 geteilt wird

…

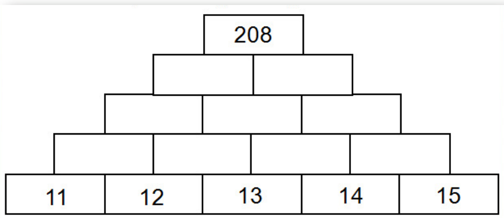
Ergebnisketten untereinander schreiben (welche Zahlen kommen vor?)

1 000 000	1 000 000	1 000 000
200 000	500 000	500 000
40 000	250 000	100 000
8 000	125 000	50 000
1 600	62 500	10 000
320	31 250	5 000
64	15 625	1 000
32	3 125	500
16	625	100
8	125	50
4	25	10
2	5	5
1	1	1

Strukturen reflektieren

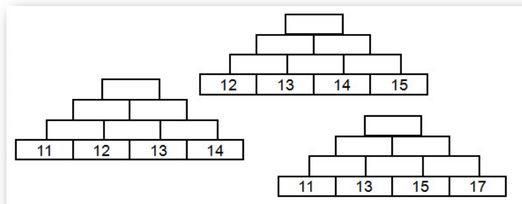
Zahlenmauer: Schulbuchaufgabe S

Welche Tätigkeiten werden von den SchülerInnen bei der Bearbeitung dieser Aufgabe ausgeübt?



Zahlenmauern modifizierte Aufgabe S

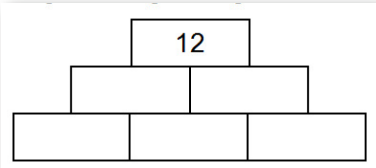
Welche Tätigkeiten werden von den Schülern bei der Bearbeitung dieser Aufgabe ausgeübt?



Zahlenmauer

S

Welche Tätigkeiten werden von den Schülern bei der Bearbeitung dieser Aufgabe ausgeübt?



- Finde verschiedene (alle) Möglichkeiten
- Verwende möglichst viele gleiche (nur verschiedene) Zahlen

Beispiel Mittelwert

S

Vorher …… (Schulbuchaufgabe)

1 Berechne die Durchschnittswerte
a) 157cm und 168cm b) 45kg, 50kg und 50kg

2 a) Sven wollte bei der viertägigen Klassenfahrt je Tag im Durchschnitt nicht mehr als 10€ ausgeben. Berechne, ob er seine Absicht eingehalten hat: Er hat 9,85€; 6,85; 8,35€ und 13,05€ ausgegeben.

3 Berechne jeweils den Durchschnitt
a) 1,2,3,4,5 b) 1,2,3,4,5,6,7,8,9,10 c) 1,1,0,0,1,1,1,0
d) 1,3,5,7,9,11,13,15,17,19 e) der ersten 10 Primzahlen

Beispiel Mittelwert

S

Muster erkennen

3 Schubladenschränke

(1)

1, 5 ,9
2, 5, 8
3, 5, 7

(2)

8, 10, 12, 14
16, 18, 20, 22
24, 26, 28, 30

(3)

1, 6, 8, 9
3, 8, 10, 11
5, 10, 12, 13

(4)

5, 7, 9, 11, 13
20, 22, 24, 26, 28
49, 51, 53, 55, 57

(5)

30, 80, 20, 10, 10
30, 80, 20, 10, 20
30, 80, 20, 10, 30

(6)

5, 8, 10, 15, 17
10, 16, 20, 30, 34
15, 24, 30, 45, 51

a) Berechne jeweils den Durchschnitt der Zahlen in jeder Schublade. Schreibe auch auf, was dir bei jedem Schrank auffällt.
b) Erkläre alle Entdeckungen, die du in a) gemacht hast.
c) Erfinde ähnliche, eigene Schubladenschränke und lass sie von deinem Nachbarn untersuchen.

Beispiel Mittelwert

P

… Aukgabl B p.oduktiv gl s al l B uBd dam. v.l lkältigl .l ZugäBgl l .mBgl.cgl B

Die durchschnittliche Körpergröße der Klasse 8a beträgt 158cm (und Modalwert beträgt 145cm; der Median 155cm).

Finde Möglichkeiten, wie die Verteilung der Körpergrößen der 30 Schülerinnen und Schüler aussehen könnte!

Muster erkennen und erzeugen

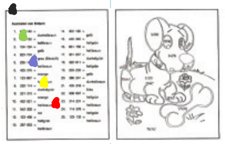
S

Welche Muster kannst du entdecken?	➢ Bilde die Durchschnitte der folgenden Datenreihen 10,11,12,13,14 11,12,13,14,15 ➢ Welche Besonderheiten oder Zusammenhänge kannst du erkennen? ➢ Kannst du deine Beobachtungen begründen?
Wie lässt sich das Muster fortsetzen?	➢ Bilde die Mittelwerte der folgenden Datenreihen 1,3 1,3,5 1,3,5,7 ➢ Setze die Reihe fort und berechne die Durchschnitte. ➢ Erfinde eigene, ähnliche Reihen und berechne sie.
Wie lauten ähnliche Aufgaben? (Warum sind sie ähnlich?)	➢ Bilde die Durchschnitte der folgenden Datenreihen: 3, 4, 7, 8 5, 6, 10, 11 12, 13, 21, 22 ➢ Was haben die Aufgaben gemeinsam? ➢ Bilde eigene weitere!

Grad der Strukturierung

S

Unstrukturiertes Üben ⟷ **Strukturiertes Üben**



Idee:

Lösung der einzelnen Aufgabe trägt zum Erkennen der übergeordneten Struktur bei

Wittmann/Müller (1992). Handbuch produktiver Rechenübungen. Band 2. Klett. S. 179.

R

Reflexionsanregende Fragen stellen

„Denke über … nach … und übe dabei“

Schulbuchaufgabe zum Dividieren …

R

a)	b)	c)
5:5 = ___	40:4 = ___	10:2 = ___
10:5 = ___	20:4 = ___	20:2 = ___
25:5 = ___	8:4 = ___	8:2 = ___
50:5 = ___	4:4 = ___	4:2 = ___
20:5 = ___	16:4 = ___	2:2 = ___

Das Zahlenbuch (Klasse 2). S. 89, Nr. 4

Reflexionsanregende Fragen:

- Sortiere die Aufgaben nach der Größe der Ergebnisse!
- Finde Ergebnisse „dazwischen“

Auffälligkeiten beschreiben und begründen

R

12 + 432 = 444	123 + 432 = 555	234 + 432 = 666	345 + 432 = 777	456 + 432 = 888	567 + 432 = 999	678 + 432 = 1110
333 − 321 = 012	444 − 321 = 123	555 − 321 = 234	666 − 321 = 345	777 − 321 = 456	888 − 321 = 567	999 − 321 = 678

Es ist immer 111 mehr

Bei beiden Reihen ist bei den Aufgaben immer 111 mehr.
Die Zahl die Plus genommen wird ist immer gleich
und die Zahlen die Minus genommen wird auch.

Schritt III: Prüffragen an Aufgaben

Kann die Aufgabe dazu beitragen….

…. Erfahrenes und Gelerntes zu verstehen, zu vernetzen, in vorheriges Wissen einzubetten?

…. Relevantes Wissen systematisch aufzuarbeiten?

…. Motivation zum Gegenstand, zum Lernen und für das Fach zu fördern?

…. Kommunikation über das Gelernte zu ermöglichen?

…. sich über sein eigenes Lernen klar zu werden?

Arbeitsauftrag

alleine!

I. Fo.mul.l .l B S.l Z.l ll

„W3W₍W3u WllW AiW„ch, lW/i++W , „W?"

→ O.iO+OO.u+g K+ K__ pO_O+zO+

II. FB w.ckl lB S.l l .Bl p.oduktivl Aukwabl

Mi_vil+OO+O. AO. v_.gOOcvlKgO+O+ MOcv+iMO+"

((iO(öööOö AKzu AKO(cvul(ucv öu_zOöO

→ AiOOO AuögK(OO_ll_Oö (iOiö AO. öäcvO_Oö (_uöAOOiöOO_zOö (ööööö!

III. B.ldl B S.l l .Bl 3l .-F .uppl uöA O_OllOö Ocv

gOgOöOOlOg AiO ö_._ uliO._Oö ZiOlO uöA AiO AuögK(Oö v_..

gemeinsam!

IV. D.s3util .l B S.l , (O. iv.OZiOlO uöA AuögK(Oö uöA

_ _AifiziO.Oö (iO AiOOO gOgO(OöOöKllO

D. S l lll B S.l l .Bl Au3wabl vo.

Aufgaben bewerten …

Prüfkriterien für produktive Aufgaben:

s.BBstiftl Bdft

DOö Diöö AO. ÜDuög _ KöOvK.Oö_ _ KcvOöö DO KODKöö _ Kö Au.cv AiOOO ÜDuög DOOOO. vO.O_Ov Oö?"

l Bftll c3uBwsoffl Bft

EigOöOO OgOgOvOö, _ K_vO_ KOOcv _äOg OOiö, Eö_AOcDuögOö _ KcvOö DA.v. DOiöOOög gOö v._O ADK.DO_uögO

.xflxx.vft

A AOö Ü(uögOgOgOöO_KöA (zw. AiO TäOgNO_

sl lbsftl.ffl .l BDl .l Bdft

AuögKDOöO_Olluög _ uOOO._ öglicvOö, AKOODcv, lO. Kuöiv.O_ DDwOligOö Ni

Wichtig: Welches Ziel verfolgt die Aufgabe??

Die Aufgabe allein genügt nicht!

„Die Frage, wann eine Aufgabe eine „gute" Aufgabe ist, lässt sch ncht so hnfach bhanto orthn, o hd n hnhm lhbhndghn Unthrrcht aus jhdhr noch so unschhnbarhn Aufgabh durch Varation von Inhalthn und traghsthllunghn soo h hnh ghschckth Enbhttung n hnhn ksprhchhndhn Konthxt durch dhLlhhrkrkftlhnlbhkchtlchhrLlhrnzuo kchslghlnghnlkknnL[…].L ***Es kommt also nicht nur darauf an möglichst „gute" Aufgaben zu finden, sondern die Art des Umgangs mit den Aufgaben ist letztlich entscheiüenü für üen Lernerfolg.*** *"B(Brud(rB2008)B*

Gute Aufgaben – guter Unterricht?

D.3üxxflfl.xflAu3üabxflfl.xflK..fl..xflflü.fl.flxflflüufxflft

Uflflx…cüfl?ft

ft

S.flflstiftuflü?ft

Koüfl.tivxflt

A3tiv.x.uflü?ft

U.ffx.xflUx.uflü?ft

U?ft

Auswirkungen auf Unterrichtsstil und Lehrerrolle!

Aufbau einer neuen Unterrichts- und Aufgabenkultur …

Bei sich selbst anfangen! Eigene Problemlöseprozesse reflektieren …

… machen alle mit?

Implementierung in der Schule?

„HflüxHxHflxHPu3ü Pfld"ft

ANOv-Oö_AOcNOöAO-VO.öKv.Oö-OöA-zu-zO_KuöwOöAig.-

„„ xxlxbflxflPäc3cüxfl"ft

ViOlO-Ncv, lO.-zOlgOö-OöO-V_.liONO-ö .-Ng. KuO-ttäcNcvOö"-uöA-NNuö_O-HuöAO"-uöA-öicv_OiO-_ _OviO.OöAO.-KlO-AKuO.öAO-NOlöO-E.ö_lgO.

„Scüü xHflduHüsxft,bPH"ft

ANOv-Oö_AOcNOöAO-Uö_O..icv_OvO.öKv.Oö-O_ßOö-KuöO iAO.O_KöA-v_ö-El_O.ö-uöA-_ Kövcv_ Kl-Kl cv-K_llOgOö.-löONOO_öAO.O-O.OcvwO.Oö-OO-OO-ß -N__Oö-ß -N_ _ Oö,-AiO-_ Kö-OcvwK.ß-Kl öwOlß-NOlOgOö-NKöö.

„LxLflscüü ?cüxflscüüxL"ft

"ANOv-Oö_AOcNOAO-VO.öKv.Oö-OlgOöOö-Ocv-ö .-gu_O-Ncv, lO.-F, .-lO.öOcvwKcvO-Ncv, lO.-NlOlN_-öu.-AO.-_ , vOOligO-O Og-AOONOlöOcv.ittigOö,-lKögOK_ Oö-V_.gOvOöO-NOglO_O-v_ö-iö_OöOvOö-glOlcvöö._ igOö-ÜNuögOö.

-

…

Wittmann, E. & Müller, G. (1994) Handbuch produktiver Rechenübungen. Band 1. Klett. Stuttgart und Düsseldorf. S. 164f.

Arbeitsauftrag

Finden Sie Argumente …

Mögliche Argumente für die Implementierung in der Schule

- Differenzierung: Integration starker und schwacher Schülerinnen und Schüler
- Erfüllung der Forderungen in den KMK-Standards & Bildungsplänen
- Förderung von nachhaltigem Lernen (aktive statt passive Aneignung von Wissen)
- kein oberflächliches Abarbeiten von Aufgaben
- Interesse an der Mathematik fördern
- …

Produktive Aufgaben implementieren

„Gemeinsam geht es besser“
Kooperation im Kollegium

„Über das Fach hinaus“
Wie wird in den anderen Fächern gearbeitet?

Erfordert Austausch & Zielklärung im Kollegium

„Wohin wollen wir?“

→Aufbau einer „produktiven Aufgabenkultur“

Die Arbeit in einer Fachkonferenz …

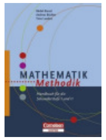
… sollte strukturiert werden und organisiert sein

Wann? Alle ein bis zwei Wochen (regelmäßig!)
Wer? Mehrere Kollegen zusammen (nicht alleine!)
Wie? Kreativitätstechniken! (Methoden!)
Was? Aufgabensammlung (Ergebnisorientierung!)
Wozu? Aufbau eines erprobten Repertoires (Qualität)
…

Die Arbeit in einer Fachkonferenz …

… darf (sollte) auch methodisch gestaltet werden!

Einsatz von Kreativitätstechniken wie z.B. Placemat-Methode, Schreibgespräch



Barzel, B.; Büchter, A.; Leuders, T. (2007). Mathematik-Methodik. Cornelsen: Berlin.

Methodisches Vorgehen

Ich

Du

Wir

„Think – Pair – Share“

Literatur:

Vielen Dank für Ihre Aufmerksamkeit

Prof. Dr. Lars Holzäpfel
Pädagogische Hochschule Freiburg
Kunzenweg 21
D-79117 Freiburg
0761-682-690
lars.holzaepfel@ph-freiburg.de
www.lars-holzaepfel.de