

Workshop:  
**Die Praxis des  
 Dialogischen Unterrichts  
 in der Grundschule**

Prof. Dr. Peter Gallin  
 Universität Zürich

Universität Augsburg  
 1./2. Oktober 2012  
 13.00 - 16.30 Uhr

**Hauptproblem der Schule**

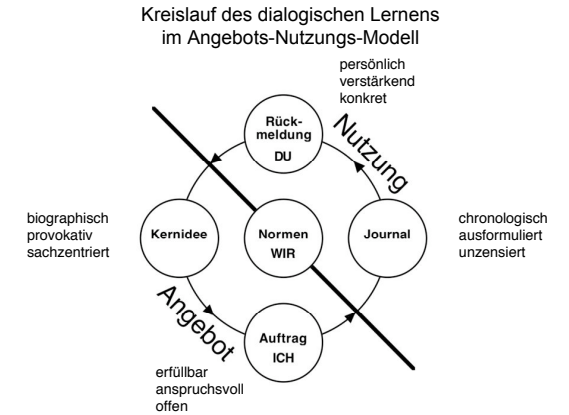
**Das Angebot wird perfektioniert**

Unterrichtsvorbereitung  
 Lehrbücher  
 Infrastruktur

**Die Nutzung wird dem Zufall überlassen**

Was haben die Schüler wirklich verstanden?  
 Was für ein Bild des Faches erhalten sie?  
 Was fangen sie mit dem Gelernten an?

**Im Angebot-Nutzungs-Modell wird ein Ausgleich angestrebt**



**Lernen im Arbeitsfeld der  
 persönlichen Entwicklung**

Singuläre Standortbestimmung  
 (Ich mache das so!)

Rückmeldung  
 (Wie machst du es?)

Regularisierende Bilanz  
 (Das machen wir ab.)

**Drei Arbeitsfelder des  
 Lehrens und Lernens**



**Singuläre  
 Standortbestimmung  
 (Ich mache das so!)**

**Eine Prüfungsaufgabe  
 zum Übertritt ans Gymnasium  
 (Ende 6. Schuljahr)**

In jeder von fünf Schachteln befinden sich gleich viele Spielfiguren. Nachdem man aus jeder Schachtel 18 Spielfiguren herausgenommen hat, verbleiben in den fünf Schachteln im Ganzen so viele Spielfiguren, wie vorher in zwei Schachteln enthalten waren.

~~**Aufgabe (Defizitperspektive)**~~

- ~~• Wie viele Spielfiguren befanden sich am Anfang in jeder Schachtel?~~

**Auftrag (Entwicklungsperspektive)**

- Achte beim Lesen dieses Textes auf deine Gedanken und Gefühle. Schreibe alles auf, was dir durch den Kopf geht.
- Zeichne die 5 Schachteln mit deren Inhalt und beschreibe, welche Teile du kennst.

**Rückmeldung  
 (Wie machst du es?)**

**Der Sesseltanz**

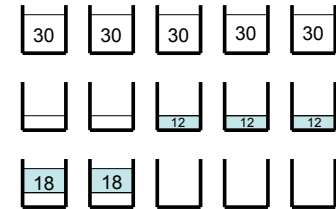
- Sitzen bleiben erlaubt
- Platz vorbereiten: Blatt mit Titel „Rückmeldungen“
- Mehr als 3 Meter vom eigenen Platz entfernt absitzen
- Eigenen Schreibstift mitnehmen
- Schriftliche Rückmeldung mit
  - a) Ich-Bezug
  - b) Verstärkung (Gelungenes, Erfolgversprechendes)
  - c) Konkrete Angaben
- Rückmeldung signieren
- Neuen Platz suchen (muss nicht mehr der 3-Meter-Bedingung genügen)

## Wie fängt eine Rückmeldung an?

Mir gefällt...	Ist es zwingend, dass...?
Es ist schön...	Da bin ich gestolpert...
Am stärksten wirkt...	Ich habe Mühe mit dem Satz...
Ich finde es gut...	Könnte man auch...?
Das ist ein Wurf!	Stellst Du Dir vor, dass...?
	Ich frage mich, ob...
Ich bin überrascht, wie...	
Es wundert mich...	Damit kann ich nichts anfangen...
Ich verstehe nicht ganz, warum...	Das hat mich nicht angesprochen...
Könntest Du Dir vorstellen...?	Hier melden sich Zweifel bei mir...
Es nimmt mich wunder...	Da muss ich widersprechen...
Ich möchte gern wissen...	Das sehe ich anders...
Hier fehlt mir...	

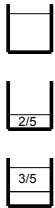
## Regularisierende Bilanz (Das machen wir ab.)

## Enaktiv und ikonisch

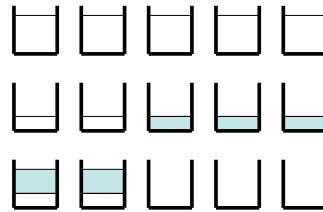


## Imaginativ mit Anteilen

In jeder Schachtel befinden nach der Entnahme von  
18 Spielfiguren noch  $\frac{2}{5}$  der Spielfiguren



## Ganzheitlich und elegant



Aus der ganzen Anlage sind 5 mal 18 Spielfiguren  
entnommen worden. Das sind die 90 Spielfiguren,  
welche in den drei Schachteln am Ende fehlen.

## Symbolisch

$x$  = Anzahl Spielfiguren in jeder Schachtel am Anfang

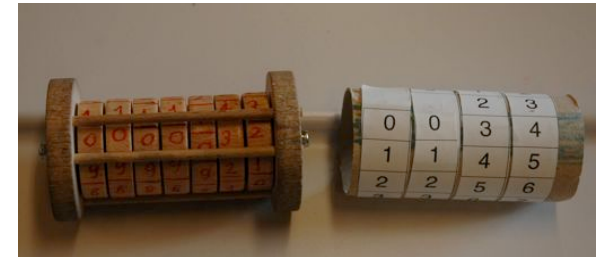
Gleichung:  
 $5(x - 18) = 2x$   
 $3x = 90$   
 $x = 30$

## Elementare Handlungskompetenzen in der Mathematik

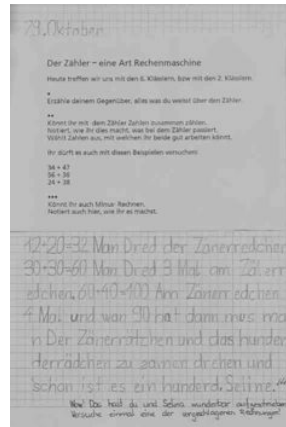
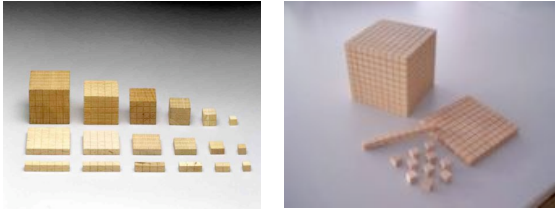
- 1  
Eine Rechnung in eine Geschichte verwandeln
- 2  
Schätzen
- 3  
Stellenwertsystem (Zählwerk)
- 4  
Einen Term umformen
- 5  
Denken in der Malwelt
- 6  
Aufgaben variieren in ihrer Schwierigkeit (leicht - schwer)

## Rechnen mit dem Zähler

Rädchen im Kopf



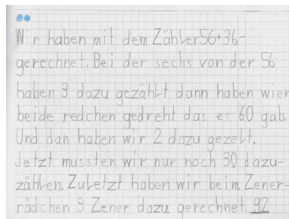
# Mehrsystemblöcke Multibasen



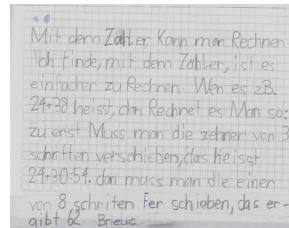
# Autographensammlung

## Mit dem Zähler rechnen

Am letzten Donnerstag durften wir zu den 6. Klässlern von Herrn Frey. Die Klasse kann schon gut mit dem Zähler umgehen und sie zeigten uns, wie man 2 Zahlen zusammen zählt. Einige lernte auch Minusrechnen mit dem Zähler.



Mike und Vivianne rechnen zu erst mit den Einern. Sie beschreiben gut, wie man, sobald man bei der 9 ist, 2 Rädchen gemeinsam drehen muss.



Noah und Briec beginnen bei den Zehnern. Sie drehen zuerst das Zehner-Rädchen. Jetzt drehen sie das Einerrädchen um 8 Schritte hoch. Beobachte was passiert!

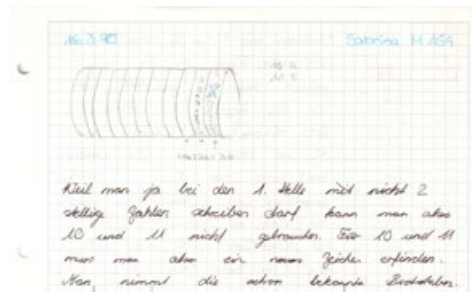
Wähle dir eine Rechnung aus. Rechne erst, wie Mike und Vivianne. Versuche nun auch wie Noah und Briec zu rechnen.

Welcher Weg gefällt dir besser und warum?

# Beispiel von Sabrina zu fremden Zahlssystemen 7. Schuljahr Langzeitgymnasium

## Auftrag

1. Stell dir einen dreistelligen Zähler für das Zwölfersystem vor. Wie soll man die Streifen beschriften?
2. Zähle gleichzeitig im Zwölfer- und im Zehnersystem. Stell die beiden Zahlenfolgen nebeneinander. Erkennst du eine Regelmässigkeit?
3. Zähle im Zwölfersystem lückenlos von der Zahl 99 im Zehnersystem bis zur Zahl 145 im Zehnersystem. Stell die beiden Zahlenfolgen nebeneinander. Wie könnte man direkt von einem System ins andere umrechnen, ohne in der Liste nachzusehen?



	12er	10er	12er	10er
99	11	9	10	12
100	12	10	20	24
101	13	11	30	36
102	14	12	40	48
103	15	13	50	60
104	16	14	60	72
105	17	15	70	84
106	18	16	80	96
107	19	17	90	108
108	20	18	100	120
109	21	19	110	132
110	22	20	120	144
111	23	21	130	156
112	24	22	140	168
113	25	23	150	180
114	26	24	160	192
115	27	25	170	204
116	28	26	180	216
117	29	27	190	228
118	30	28	200	240
119	31	29	210	252
120	32	30	220	264
121	33	31	230	276
122	34	32	240	288
123	35	33	250	300
124	36	34	260	312
125	37	35	270	324
126	38	36	280	336
127	39	37	290	348
128	40	38	300	360
129	41	39	310	372
130	42	40	320	384
131	43	41	330	396
132	44	42	340	408
133	45	43	350	420
134	46	44	360	432
135	47	45	370	444
136	48	46	380	456
137	49	47	390	468
138	50	48	400	480
139	51	49	410	492
140	52	50	420	504
141	53	51	430	516
142	54	52	440	528
143	55	53	450	540
144	56	54	460	552
145	57	55	470	564
146	58	56	480	576
147	59	57	490	588
148	60	58	500	600
149	61	59	510	612
150	62	60	520	624
151	63	61	530	636
152	64	62	540	648
153	65	63	550	660
154	66	64	560	672
155	67	65	570	684
156	68	66	580	696
157	69	67	590	708
158	70	68	600	720
159	71	69	610	732
160	72	70	620	744
161	73	71	630	756
162	74	72	640	768
163	75	73	650	780
164	76	74	660	792
165	77	75	670	804
166	78	76	680	816
167	79	77	690	828
168	80	78	700	840
169	81	79	710	852
170	82	80	720	864
171	83	81	730	876
172	84	82	740	888
173	85	83	750	900
174	86	84	760	912
175	87	85	770	924
176	88	86	780	936
177	89	87	790	948
178	90	88	800	960
179	91	89	810	972
180	92	90	820	984
181	93	91	830	996
182	94	92	840	1008
183	95	93	850	1020
184	96	94	860	1032
185	97	95	870	1044
186	98	96	880	1056
187	99	97	890	1068
188	100	98	900	1080
189	101	99	910	1092
190	102	100	920	1104
191	103	101	930	1116
192	104	102	940	1128
193	105	103	950	1140
194	106	104	960	1152
195	107	105	970	1164
196	108	106	980	1176
197	109	107	990	1188
198	110	108	1000	1200
199	111	109	1010	1212
200	112	110	1020	1224
201	113	111	1030	1236
202	114	112	1040	1248
203	115	113	1050	1260
204	116	114	1060	1272
205	117	115	1070	1284
206	118	116	1080	1296
207	119	117	1090	1308
208	120	118	1100	1320
209	121	119	1110	1332
210	122	120	1120	1344
211	123	121	1130	1356
212	124	122	1140	1368
213	125	123	1150	1380
214	126	124	1160	1392
215	127	125	1170	1404
216	128	126	1180	1416
217	129	127	1190	1428
218	130	128	1200	1440
219	131	129	1210	1452
220	132	130	1220	1464
221	133	131	1230	1476
222	134	132	1240	1488
223	135	133	1250	1500
224	136	134	1260	1512
225	137	135	1270	1524
226	138	136	1280	1536
227	139	137	1290	1548
228	140	138	1300	1560
229	141	139	1310	1572
230	142	140	1320	1584
231	143	141	1330	1596
232	144	142	1340	1608
233	145	143	1350	1620
234	146	144	1360	1632
235	147	145	1370	1644
236	148	146	1380	1656
237	149	147	1390	1668
238	150	148	1400	1680
239	151	149	1410	1692
240	152	150	1420	1704
241	153	151	1430	1716
242	154	152	1440	1728
243	155	153	1450	1740
244	156	154	1460	1752
245	157	155	1470	1764
246	158	156	1480	1776
247	159	157	1490	1788
248	160	158	1500	1800
249	161	159	1510	1812
250	162	160	1520	1824
251	163	161	1530	1836
252	164	162	1540	1848
253	165	163	1550	1860
254	166	164	1560	1872
255	167	165	1570	1884
256	168	166	1580	1896
257	169	167	1590	1908
258	170	168	1600	1920
259	171	169	1610	1932
260	172	170	1620	1944
261	173	171	1630	1956
262	174	172	1640	1968
263	175	173	1650	1980
264	176	174	1660	1992
265	177	175	1670	2004
266	178	176	1680	2016
267	179	177	1690	2028
268	180	178	1700	2040
269	181	179	1710	2052
270	182	180	1720	2064
271	183	181	1730	2076
272	184	182	1740	2088
273	185	183	1750	2100
274	186	184	1760	2112
275	187	185	1770	2124
276	188	186	1780	2136
277	189	187	1790	2148
278	190	188	1800	2160
279	191	189	1810	2172
280	192	190	1820	2184
281	193	191	1830	2196
282	194	192	1840	2208
283	195	193	1850	2220
284	196	194	1860	2232
285	197	195	1870	2244
286	198	196	1880	2256
287	199	197	1890	2268
288	200	198	1900	2280
289	201	199	1910	2292
290	202	200	1920	2304
291	203	201	1930	2316
292	204	202	1940	2328
293	205	203	1950	2340
294	206	204	1960	2352
295	207	205	1970	2364
296	208	206	1980	2376
297	209	207	1990	2388
298	210	208	2000	2400
299	211	209	2010	2412
300	212	210	2020	2424
301	213	211	2030	2436
302	214	212	2040	2448
303	215	213	2050	2460
304	216	214	2060	2472
305	217	215	2070	2484
306	218	216	2080	2496
307	219	217	2090	2508
308	220	218	2100	2520
309	221	219	2110	2532
310	222	220	2120	2544
311	223	221	2130	2556
312	224	222	2140	2568
313	225	223	2150	2580
314	226	224	2160	2592
315	227	225	2170	2604
316	228	226	2180	2616
317	229	227	2190	2628
318	230	228	2200	2640
319	231	229	2210	2652
320	232	230	2220	2664
321	233	231	2230	2676
322	234	232	2240	2688
323	235	233	2250	2700
324	236	234	2260	2712
325	237	235	2270	2724
326	238	236	2280	2736
327	239	237	2290	2748
328	240	238	2300	2760
329	241	239	2310	2772
330	242	240	2320	2784
331	243	241	2330	2796
332	244	242	2340	2808
333	245	243	2350	2820
334	246	244	2360	2832
335	247	245	2370	2844
336	248	246	2380	2856
337	24			

12er 10er

Nachdem mir Herr B. angemerkt hat und alle Regel die sie heraus gegeben hat mir geplatzt, habe ich die Regel: Man rechne die Zahl 6 von 10er System durch 12 und das wäre die veraltete Zahl und der Rest die höhere ausprobiert und geteilt habe merke ich, dass es stimmt.  
Bsp. 10er Zahl 116 man will die 12er Zahl heraus finden.  
 $116 : 12 = 9 \text{ Rest } 8$  ergibt also die Zahl 98 in 12er System.

12er 10er

$116 : 12 = 9 \text{ Rest } 8$  ergibt also die Zahl 98 in 12er System.  
Ich habe dann auch noch ausprobiert wie es eben wäre wenn ich zum ähnlicher würde einfach um die 10er Zahl heraus zu finden.  
Ich nehme 106 & von der 12er Zahl.  
 $106 : 12 = 8 \text{ Rest } 10$   
doch mit dieser Zahl kann ich nur nicht anfangen.  
Ich probierte es dann auch noch mit  $12 \cdot 10$  doch ist es klar zu klein. Als ich es aber mit  $10 \cdot 12$  versuchte

12er 10er

18.3.96 Sabrina H. 165

bekomme ich operativ Resultat. Denn wenn ich jetzt 106 als 12er Zahl nahm und die  $10 \cdot 12$  rechnete erhielt ich:  
 $106 \cdot 10 : 12 = 127,2$   
Die richtige Zahl auf meiner Tabelle war aber 126. Also war diese Variante auch nicht richtig.  
Um sicher zu gehen probierte ich das ganze noch mit 104 (12er Zahl) aus.  
 $104 \cdot 10 : 12 = 124,8$   
Bei 104 ist aber 124 die richtige Zahl und in dem Teil stimmt es wenn man den Rest wegnimmt.

12er 10er

Ich überlegte mir warum es dann nicht mit 127 106 gegangen war und ich kam auf die Idee das es ja schon mit dem auf 10er übertragen zu tun habe. Ich probierte es mit 105.  
 $105 : 10 : 12 = 126$   
Auch hier geht es nicht eben richtig geht es 125.  
Mit 109.  
 $109 : 10 : 12 = 132,8$   
Auch hier geht es nicht.

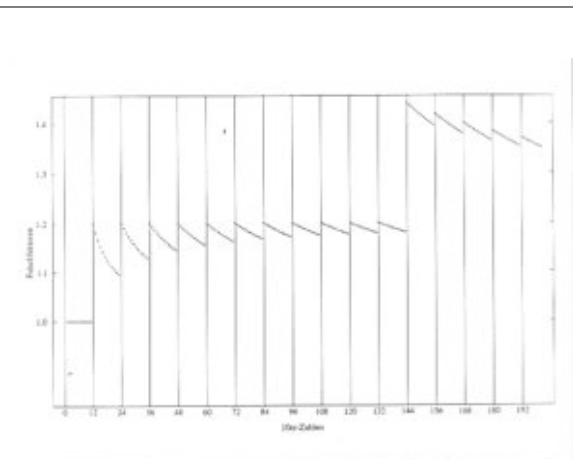
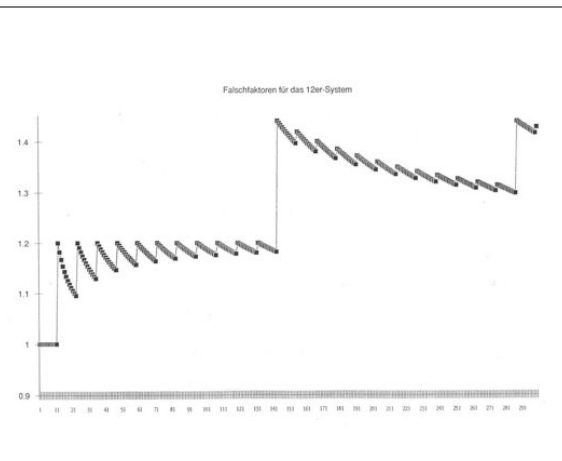
12er 10er

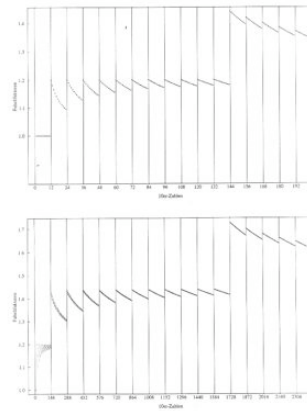
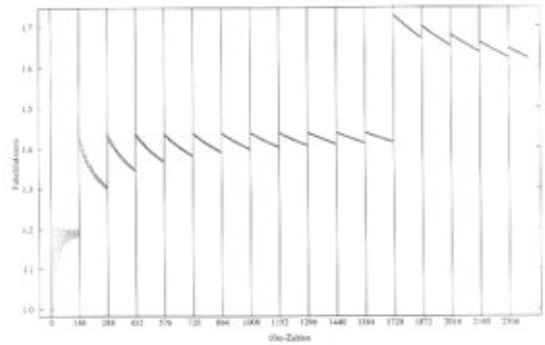
Man könnte jetzt also sagen: Man rechne die 12er Zahl  $10 : 12$  und man erhält wenn die 12er Zahl eine eine von denen ist die man abrundet direkt das Ergebnis und wenn man sie aufrundet nicht direkt sondern muss von dem Ergebnis noch -1 rechnen.  
Bsp. 111 würde man ja eigentlich auf 110 abunden.  
 $111 : 10 : 12 = 132,2$   
Den Rest hier 0,2 nimmt man weg weil schon hat man die richtige Zahl.  
wäre man ja abrunde  
 $115 : 10 : 12 = 138$   
Die richtige Zahl heißt aber 137 als das Resultat  $138 - 1 = 137$  und man hat auch das richtige Resultat.

12er 10er

wäre man abrunde  
 $119 : 10 : 12 = 142,8$   
Den Rest weg und man hat 142. Richtig geht es 141 also  $142 - 1 = 141$   
Ich denke das dies zum Beispiel wie eine kleine Erklärung ist warum man 5 aufrundet und nicht ab. Denn hier stellt es sich deutlich heraus das 5 zu den aufgerundeten Zahlen gehört. Die Zahlen mit A und B hat die ursprüngliche Wertung. Die hat eine interessante Regel gefunden. Leider sind die Zahlen in 12er System schon unklarheit.  $111 = 10 \cdot 12 + 3$

Sabrinas falsche 12er-Zahlen	Ergebnisse gemäss Sabrinas Umrechnungsregel: Multipliziere mit 1,2 und runde ab	Anvisierte 10er-Zahlen
92	110	110
93	111	111
94	112	112
95	114,1 zu hoch	113
96	115,1 zu hoch	114
97	116,1 zu hoch	115
98	117,1 zu hoch	116
99	118,1 zu hoch	117
9A	wie 100	118
9B	wie 101	119
100	120	120
101	121	121
102	122	122
103	123	123
104	124	124
105	126,1 zu hoch	125
106	127,1 zu hoch	126
107	128,1 zu hoch	127
108	129,1 zu hoch	128
109	130,1 zu hoch	129
10A	wie 110	130
10B	wie 111	131
110	132	132
111	133	133
112	134	134
113	135	135
114	136	136
115	138,1 zu hoch	137
116	139,1 zu hoch	138
117	140,1 zu hoch	139
118	141,1 zu hoch	140
119	142,1 zu hoch	141
11A	wie 120	142
11B	wie 121	143
120	144	144
121	145	145





#### AUFGABE 12

Unter einem Falschfaktor verstehen wir den Faktor, der aus einer Zahl im fremden Zahlensystem, die wir als 10er-Zahl interpretieren, die zugehörige Zahl im 10er-System erzeugt. Der Falschfaktor ist also der Quotient aus der Zahl im 10er-System und der uminterpretierten Zahl im fremden System. Berechne die ersten 17 Falschfaktoren des 8er-Systems und stelle sie graphisch dar. Die vertikale Achse (für die Falschfaktoren) soll 10 Kästchen als Längeneinheit aufweisen; bei der horizontalen Achse reicht ein Kästchen pro Zahl des 10er-Systems.

### Auftrag

#### Malbrille

Setz dir in Gedanken eine Malbrille auf die Nase und schau dich ein bisschen um in deiner Umgebung. Entdeckst du Dinge, die schön in 2er-, 3er-, 4er- oder 5er-Paketen angeordnet sind? Zeichne sie in dein Reisetagebuch und schreibe eine passende Mal-Rechnung dazu.

Suche dir einen Ort, wo es viel zu zählen gibt: ein Hochhaus mit vielen Fenstern, ein Dach mit vielen Ziegeln, einen Teich mit vielen Enten. Kannst du die vielen Dinge mit der Malbrille zählen? Siehst du lauter gleiche Pakete? Bleibt ein kleiner Rest? Erzähle deine Rechengeschichten.

### Malbrille

Sebnem hat sich schon am Anfang der ersten Klasse eine Malbrille aufgesetzt. Sie schaut zwölf Kindern beim Tanzen zu. Zuerst sieht sie zweimal sechs Kinder tanzen. Pötzlich sind es sechsmal zwei Kinder. Was für Tanzgeschichten sind in deiner Klasse möglich?



### Malbrille



### Zehnerübergang 1

Giordano hat die Fünf entdeckt. Mit 5er-Paketen kommt man gut vorwärts.

zu erst neme Ich von dem 9 5 weg und dan neme ich von dem 8 5 weg und dan habe Ich 10.  
Dann rechne ich:  
 $10 + 4 + 3 = 17$ .

### Zehnerübergang 2

Ovidio erklärt, wie der Zehnerübergang geht.

Ich Dan Ärst Bite 8 eine Wagge und Dan Durich Bite 9 Anlege und Dan Weis-ichs und Dan Durich no 7 Desue, Legge und Dan weisichs Das Isch 17.

### Zehnerübergang 3

Graziella findet einen freundlichen Nachbarn, der gleich neben der störrischen Rechnung wohnt.

Ich nieme neun Und neun gleich achzen Wäg eins gleich Siebenza. ✓ gut!

# Zehnerübergang 4

Sonia zählt einfach weiter.

h Rechnen 9+8: 10 11 12  
 B 14 15 16 17 Sonerchne h  
 Das Ana, du zählst weiter.

Es gibt wirklich viele Möglichkeiten, wie man die schwierige Rechnung  $8 + 9 = \square$  ausrechnen kann.  
 Wenn man nicht sofort weiss, dass das Ergebnis 17 heisst, muss man halt einfach einen kleinen Umweg machen.

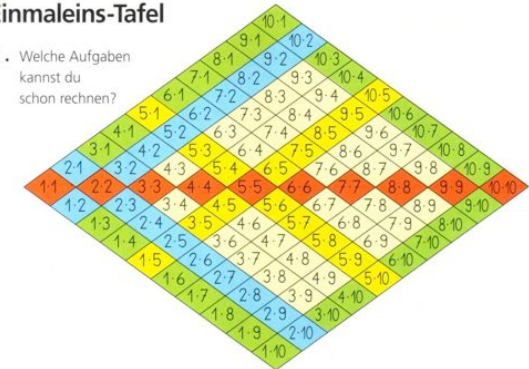
# Einmaleins

Tabelle für Rechnungen mit Mal und Geteilt

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	...
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
2	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	
3	0	3	6	9	12	15	18	21	24	27	
4	0	4	8	12	16	20	24	28	32	36	
5	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45	
6	0	6	12	18	24	30	36	42	48	54	
7	0	7	14	21	28	35	42	49	56	63	
8	0	8	16	24	32	40	48	56	64	72	
9	0	9	18	27	36	45	54	63	72	81	

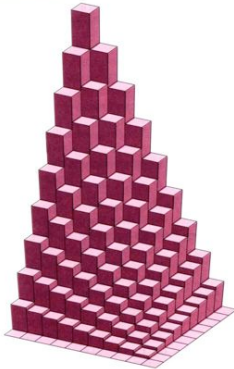
# Zum Vergleich: Zahlenbuch 2 Einmaleins-Tafel

1. Welche Aufgaben kannst du schon rechnen?



# Mal-landschaft

Hier siehst du einen Ausschnitt aus der Mal-Landschaft. Auf den höchsten Turm kannst du die Zahl 81 schreiben. Welche Zahlen kommen auf die andern Türme? In der Mal-Landschaft gibt es ein paar schön regelmäßige Treppen: die Einerfolge, die Zweierfolge, die Dreierfolge. Es gibt aber auch ganz krumme Touren.



# Ein schwerer Auftrag

Krumme Touren

- Trage drei Wanderungen mit drei Farben in die Mal-Tabelle ein: die Wanderung über den Grat, eine Wanderung an der Flanke und eine Wanderung über den Bergrücken. Du darfst die Zahlen von oben nehmen oder eigene Wege gehen. Vergiss aber nicht: Auf dem Tabellenboden muss der Weg schön gerade sein.
- Färbe auch den Weg 32, 35, 36, 35, 32 in der Mal-Tabelle. Kannst du ihn verlängern, also so: ..., 32, 35, 36, 35, 32, ...? Wie hast du die Fortsetzung des Weges gefunden? Wie verändern sich die Höhen der Stufen?
- Verlängere alle gefärbten Wege, so weit es geht. Schreibe alle Mal-Rechnungen der Wege der Reihe nach untereinander. Vergleiche die Rechnungen. Entdeckst du eine Regel?

# Termumformungen contra halbschriftliches Rechnen

Ich-Du-Wir  
contra  
Zahlenbuch

# Ich-Du-Wir 1 2 3

Regel hat in der Plus-Landschaft mit der 6 gespielt. Sie wollte wissen, wie viele Rechnungen es gibt, bei denen 6 das Resultat ist. Hat sie alle gefunden?

Regel hat 24 Rechnungen gefunden, bei denen das Resultat immer 6 ist.

2+4  
 1+5  
 3+3  
 4+2  
 5+1  
 6+0  
 7-1  
 8-2  
 9-3  
 10-4  
 11-5  
 12-6  
 13-7  
 14-8  
 15-9  
 16-10  
 17-11  
 18-12  
 19-13  
 20-14  
 21-15  
 22-16  
 23-17  
 24-18

Gibt es auch Resultate, die du so gut kennst wie Regel? 100 Resultate findest du in unserer Plus-Tabelle, 100 Resultate in der Mal-Tabelle. Zu welchen Resultaten fallen die Rechnungen ein? Fang mit den kleinsten Zahlen an. Mit den kleinsten Zahlen kann man auch grosse Rechnungen meistens.

Rund um Resultate

Kannst du eine Zahl, die Resultat von vielen verschiedenen Mal-Rechnungen ist? Schreibe alle Rechnungen, die dir einfallen, ins Reisetagebuch.

Suche in der Mal-Tabelle Resultate, die häufig vorkommen. Schreibe alle Mal-Rechnungen zum gleichen Resultat untereinander. Du darfst die Mal-Tabelle auch erweitern.

Nimm das Resultat, zu dem du am meisten Rechnungen gefunden hast. Zu diesem Resultat gibt es noch viel mehr Rechnungen! Mach es so wie Regel mit der sechs. Erfinde zu deinem Resultat ein paar lange Rechnungen mit Mal und Geteilt.

Zu jedem Resultat gibt es unendlich viele Rechnungen. Aus lauter einfachen Mal-Rechnungen kann man eine lange Kette bauen:  $3 \cdot 4 = 12$ ,  $12 : 5 = 60$ ,  $60 : 2 = 120$ .

Mit jeder Mal-Rechnung steigt man zu einem nächsten Zwischenergebnis auf. Wenn dir das Zwischenergebnis zu gross wird, kannst du es mit einer Geteilt-Rechnung wieder verkleinern. Wenn du zum Beispiel von 120 auf 8 absteigen willst, musst du 120 durch 24 teilen. Du kannst auch auf 6 oder auf 8 absteigen. Auf 7 kommst du nicht direkt, da musst du einen Umweg wählen.

Kettenrechnungen kannst du Schritt für Schritt ausrechnen und aufschreiben. Am besten machst du nach jeder Rechnung ein Komma, damit man gut sieht, wo die alte Rechnung anfängt und die neue Rechnung anfängt. Man macht das bei allen Rechnungen so, weil sonst das Gleichheitszeichen nicht mehr stimmt.

Das Zeichnen = darfst du nur schreiben, wenn links und rechts genau gleich viel steht. Schau einmal nach in deinem alten Reisetagebuch: Hast du das Gleichheitszeichen immer richtig gesetzt? Auch bei den Plus-Rechnungen? Regel hat es in der ersten Klasse noch falsch gemacht.

5 + 5 = 45  
 Auch Regel weiss, dass das falsch ist. Trotzdem kann man es in ihrem Reisetagebuch so nachlesen. Auch bei Kettenrechnungen muss links und rechts vom Gleichheitszeichen immer gleich viel stehen. Darum muss man nach jedem Zwischenergebnis eine neue Rechnung aufschreiben. Die Lehrer macht es Regel so:

76 11  
 5 + 5 = 10 + 10 = 20 + 20 = 40  
 2 + 3 = 6 + 6 = 12 + 12 = 24  
 27 = 14 + 14 = 28 + 28 = 56  
 16 + 2 = 18  
 5 + 5 = 10  
 10 + 10 = 20  
 20 + 20 = 40  
 3 + 3 = 6  
 6 + 6 = 12  
 12 + 12 = 24  
 1 + 1 = 2  
 2 + 2 = 4  
 4 + 4 = 8

Wer das Land der Mathematik entdecken will, darf sich nicht hetzen lassen. Trotzdem ist es manchmal wichtig, dass man das Resultat einer Rechnung ganz schnell zur Hand hat. Hast du dir auch schon überlegt, wie es bei dir am schnellsten und am bequemsten geht? Und hast du schon einmal nachgefragt, wie es die andern machen? Du kannst ja einmal ausprobieren, wie es am schnellsten geht mit den Fingern abzählen, in der Tabelle nachschauen oder im Kopf rechnen.

# Ich-Du-Wir 4 5 6

Statt Gesichte sagen die Mathematiker übrigens Term.  
Einen Term baut man aus Zahlen, Operatorenzeichen und Klammern auf. Und wenn zwei Terme den gleichen Wert haben, darfst du ein Gleichheitszeichen dazwischen setzen.

Terme helfen dir, lange Rechewege kurz und übersichtlich aufzuschreiben. Das erleichtert dir das Rechnen, denn du siehst rasch, ob du richtig bist, und du kannst dir mit Termen so aufschreiben:  
 $3 \cdot 123 + 5 \cdot 44 = 8 \cdot 41 = 10 \cdot 41 = 410 = 41 \cdot 10 = 410$   
 Unser anderer Rechenweg sieht so aus:  $3 \cdot 123 + 5 \cdot 41 = 9 \cdot 41 = 9 \cdot (40 + 1) = 9 \cdot 40 + 9 \cdot 1 = 360 + 9 = 369$ .

Es leuchtet dir sicher ein, warum wir ein  $10 = 1$  eine Klammer gelegt haben. Die Klammer bedeutet, dass wir  $10 = 1$  viele einzelne Zahl behandeln müssen. Es ist also eine Art Schutzklammer, welche die 1 ring an die 10 bindet. Sie sagt uns, dass wir nicht nur die 1, sondern auch die vorangehende 10 mit der 41 multiplizieren müssen. Ähnlich ist es beim eingeklammerten  $40 + 1$ . Würde man die Klammer weglassen und  $9 \cdot 40 + 1$  schreiben, wäre das Resultat 360 und nicht 369.

Bereits bei einer einfachen Rechnung wie  $9 + 8 = 17$  gibt es viel aufzuschreiben, wenn man wirklich alles sagt, was man beim Rechnen denkt. Hätte Giordano gewusst, wie nützlich Terme sind, hätte er seinen Rechenweg kürzer und erst noch präziser aufschreiben können.

Siehe Einblende  
bestimmen manchmal lange Rechewege. Einmal, da dich auch Freud daran, dann, brüchliche Dinge, wie Giordano!

zu erst, nimm ich von dem 9 5 weg und dann nimm ich von dem 6 5 weg und dann habe ich 10.  
Dann, rechne ich:  
 $10 + 4 + 3 = 17$ .

Es gibt ziemlich viel aufzuschreiben, wenn man alles sagen will, was man sich bei einem langen Rechenweg denkt. Auch du muässtest wahrscheinlich ziemlich lange nach Klammern suchen, um genau aufzuschreiben, auf welche Arten du die Aufgabe  $3 \cdot 123 + 5 \cdot 41$  gerechnet hast. Jetzt verstehst du, wie es einfacher geht.

Rechenwege aufschreiben  
 - Schreibe mit Hilfe von Termen einen Rechenweg auf, den du zur Aufgabe  $3 \cdot 123 + 5 \cdot 41$  benötigst.  
 - Giordano hat nur den zweiten Teil seines Rechenwegs mit Termen geschrieben. Was hat er sich vorher alles überlegt? Schreibe seinen Rechenweg von A bis Z auf. Starte mit  $9 + 8$  und achte darauf, dass keine gleichwertige Terme folgen, bis du die Zahl 17 erreichst.  
 - Löse ein paar Rechenaufgaben auf möglichst langen Rechenwegen in deiner langen Kette auf. Schreibe alle gleichwertigen Terme in einer langen Kette auf.

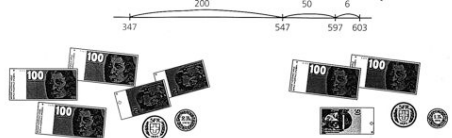
Wie viele dreistellige Zahlen kann man aus den Ziffern 6, 7, 8 und 9 basteln?

Terme spielen in der Mathematik eine wichtige Rolle. Oft schreibt man lange Ketten von gleichwertigen Termen auf. Jeder Term trägt ein anderes Gesicht vom inneren gleichem Wert. Um herauszufinden, welchen Gesicht man im Moment am besten gebrauchen kann, muss man sich die vielen Gesichter der Reihe nach anschauen. Versuch es doch noch einmal.  
Du kannst es zum Beispiel die Rechenwege, die dich zum Resultat 569 geführt haben, in einer Tabelle übersichtlich darstellen und miteinander vergleichen.  
Du siehst dann nämlich aus wie eine kleine Landkarte: eine Landkarte vieler Rechenwege, die alle zum gleichen Ziel führen.

$3 \cdot 123 + 5 \cdot 41 = 3 \cdot (120 + 3) + 5 \cdot (40 + 1) = 3 \cdot 120 + 9 + 200 + 5 = 360 + 9 + 200 + 5 = 569$   
 $3 \cdot 123 + 5 \cdot 41 = 9 \cdot 41 = (10 - 1) \cdot 41 = 10 \cdot 41 - 1 \cdot 41 = 410 - 41 = 369$   
 $3 \cdot 123 + 5 \cdot 41 = 9 \cdot 41 = 9 \cdot (40 + 1) = 9 \cdot 40 + 9 \cdot 1 = 360 + 9 = 369$   
 $3 \cdot 123 + 5 \cdot 180 + 20 + 3 = 3 \cdot 120 + 3 \cdot 30 + 300 + 60 + 9 = 360$

Bisher hast du dich vielleicht nur für das Resultat interessiert. Das Resultat ist das Sonntagsgesicht einer Rechnung. Hier kann man sich ausruhen. Man freut sich darüber, dass man nach einem anstrengenden Rechenweg endlich bei einem so malablen Ergebnis wie 369 landet. Aber warum sollen wir uns nur über dieses herausgeputzte Sonntagsgesicht freuen? Sollte der Term 84 nicht auch ganz hübsch sein? Er steht gleichberechtigt neben 369.  
Darum darfst du auch ein Gleichheitszeichen zwischen die beiden Terme setzen:  $369 = 84$ . Beide Terme sind Gesichter vom Dienstagmorgen-Gesicht. Sie zeigen diesen Wert bloß auf verschiedene Weise an. Zwei Terme, die du so mit einem Gleichheitszeichen verbindest.

## Halbschriftliches Rechnen: Zahlenbuch 3 (Schweiz)



- Florian rechnet:  $347 + 256 = 500 + 90 + 13 = 300 + 200$  Hunderter plus Hunderter  
 $40 + 50$  Zehner plus Zehner  
 $7 + 6$  Einer plus Einer
- Lisa rechnet:  $347 + 256 = 597 + 6 = 347 + 256 = 603$   
 Hunderter dazu  
 Zehner dazu  
 Einer dazu
- Christian rechnet:  $347 + 256 = 350 + 253 = 400 + 203$
- 1 a.  $370 + 158 = 805 + 113$   
 b.  $809 + 181 = 718 + 272$   
 c.  $239 + 67 = 346 + 155$   
 d.  $217 + 164 = 683 + 238$   
 e.  $178 + 287 = 593 + 139$
- 2 a.  $560 + 222 = 446 + 434$   
 b.  $809 + 181 = 718 + 272$   
 c.  $321 + 95 = 336 + 471$   
 d.  $217 + 164 = 202 + 788$   
 e.  $595 + 343 = 728 + 69$

Sandra rechnet:  $265 - 127 = 100 + 40 - 2 = 138$   
 $200 - 100$  Hunderter minus Hunderter  
 $60 - 20$  Zehner minus Zehner  
 $5 - 7$  Einer minus Einer

Melanie ergänzt nach oben:  $265 - 127 = 3 + 130 + 5 = 138$   
 130  
 260  
 265

Pascal ergänzt nach unten:  $265 - 127 = 65 + 70 + 3 = 138$   
 200  
 130  
 127

- 1 a.  $385 - 158 = 495 - 268$   
 b.  $763 - 326 = 843 - 406$   
 c.  $528 - 246 = 258 - 176$   
 d.  $647 - 375 = 737 - 475$   
 e.  $956 - 454 = 906 - 454$
- 2 a.  $777 - 170 = 777 - 180$   
 b.  $534 - 134 = 534 - 144$   
 c.  $625 - 320 = 625 - 328$   
 d.  $418 - 216 = 418 - 238$   
 e.  $888 - 88 = 888 - 99$
- 3 a.  $987 - 60 = 987 - 600$   
 b.  $568 - 9 = 568 - 90$   
 c.  $456 - 300 = 456 - 30$   
 d.  $323 - 200 = 323 - 20$   
 e.  $610 - 35 = 610 - 335 = 310 - 35$

Auftrag: Suche in deiner Gegend Gegenstände, von denen es viele gibt. Schätze, wie viele es sind. (Aus: ich du wir 1 2 3)

25.8.98  
 Ninas Erinnerung (Beginn 2. Kl. Paula Duss)  
 Ich schätze die Blätter von meinem Ah. Ich schätze etwa 80. Ich habe eine läng. gezäh. Ich rechne:  
 $18/8 \ 18/8 \ 18/8 \ 18/8 \ 18/8 \ 18/8$   
 $10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 = 60$   
 $8/3 \ 8/3 \ 8/3 \ 8/3 \ 8/3 \ 8/3$   
 $5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 = 30 \ 30 + 60 = 90$   
 $2/1 \ 2/1 \ 2/1 \ 2/1 \ 2/1 \ 2/1$   
 $2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 = 12 \ 12 + 90 = 102$   
 $1 \cdot 6 = 6 \ 6 + 102 = 108$   
 Es gibt 108.  
 Rasmarin

Singuläre Standortbestimmung (Ich mache das so!)

25.8.98  
 Ninas Erinnerung (Beginn 2. Kl. Paula Duss)  
 Ich schätze die Blätter von meinem Ah. Ich schätze etwa 80. Ich habe eine läng. gezäh. Ich rechne:  
 $18/8 \ 18/8 \ 18/8 \ 18/8 \ 18/8 \ 18/8$   
 $10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 = 60$   
 $8/3 \ 8/3 \ 8/3 \ 8/3 \ 8/3 \ 8/3$   
 $5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 = 30 \ 30 + 60 = 90$   
 $2/1 \ 2/1 \ 2/1 \ 2/1 \ 2/1 \ 2/1$   
 $2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 = 12 \ 12 + 90 = 102$   
 $1 \cdot 6 = 6 \ 6 + 102 = 108$   
 Es gibt 108.  
 Rasmarin

## Regularisierte Schreibweise von Ninas Termumformung

$$6 \cdot 18 = 6 \cdot (10 + 8) = 6 \cdot 10 + 6 \cdot 8 = 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 8 = 60 + 6 \cdot 8 = 60 + 6 \cdot (5 + 3) = 60 + 6 \cdot 5 + 6 \cdot 3 = 60 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 6 \cdot 3 = 60 + 50 + 6 \cdot 3 = 90 + 6 \cdot 3 = 90 + 6 \cdot (2 + 1) = 90 + 6 \cdot 2 + 6 \cdot 1 = 90 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 6 \cdot 1 = 90 + 12 + 6 = 102 + 6 = 108$$

Termumformungen in der 3. Primarklasse von Ursula Duss

Wer findet den weitesten Weg?

Andrina

$665 - 38 = 744 - 83$   
 $600 + 65 - 38 = 700 + 65 - 38$   
 $600 + 60 + 5 - 38 = 700 + 60 + 5 - 38$   
 $600 + 60 + 5 - 30 - 8 = 700 + 60 + 5 - 30 - 8$   
 $600 - 30 + 30 + 30 - 5 - 8 = 40 - 3 = 661$   
 $630 + 5 - 8 = 635 - 8 = 627$   
 $419 - 76 = 400 + 19 - 76 = 400 + 19 - 70 - 6 = 400 - 70 + 19 - 6 = 340 + 9 - 6 = 349 - 6 = 343$

